

Tema 1: Información digital

1.1- Introducción.

1.2- Sistemas de numeración.

1.3- Representaciones numéricas: n° Naturales.

1.4- Representaciones numéricas: n° Enteros.

1.4.1 – Signo-Magnitud.

1.4.2 – Complemento a 2.

1.4.3 – Exceso a un entero Z .

1.5- Representaciones numéricas: n° Reales.

1.5.1 – Coma fija.

1.5.2 – Coma flotante: Formato simplificado y Formato IEEE-754 simple.

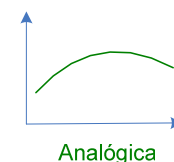
1.6- Representación de caracteres.



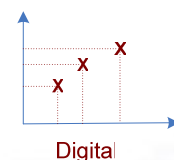
1.1- Introducción

- Los computadores son *sistemas electrónicos*, capaces de almacenar, mover y procesar información.
- Los dispositivos electrónicos manejan la información mediante el uso de *señales eléctricas*.
- Las señales eléctricas pueden ser de 2 tipos:

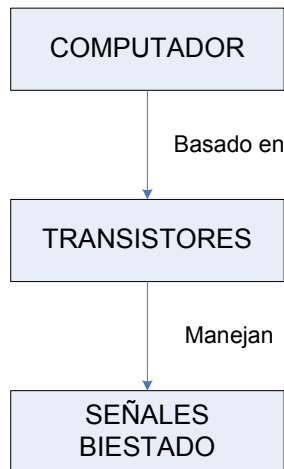
- Analógicas: pueden tomar cualquier valor dentro de su rango de existencia. Son señales continuas, y entre dos valores dados, pueden tomar todos los valores intermedios.



- Digitales: dentro de su rango de existencia sólo pueden tomar un conjunto discreto de valores.



- Los computadores digitales manejan señales digitales.



- A la información contenida en una **señal digital biestado** se le denomina **BIT** (Binary digit), y representa la cantidad mínima de información que puede manejar un computador.
- Un bit puede tomar **2 valores**: “0” y “1” (correspondientes a los 2 estados posibles, 0V - 5V).
- Un bit es muy poca información.
Solución: **agrupar bits** para generar unidades de información con mayor capacidad de representación.

<u>Nº de bits</u>	<u>Posibles combinaciones</u>	<u>Unidades de información representables</u>
1	0 1	$2 = 2^1$
2	00 01 10 11	$4 = 2^2$
3	000 001 010 011 100 101 110 111	$8 = 2^3$
...		

Ley General: ‘n’ bits \longleftrightarrow 2^n unidades

- Unidades de información comúnmente manejadas:
 - BYTE (BinarY octeTE): 8 bits ($\rightarrow 2^8 = 256$ informaciones distintas).
 - Múltiplos del BYTE
 - El prefijo kilo- (k) es definido por el Sistema Internacional de Unidades como igual a 1000 (*p.e. kilogramo (kg) = 1000 gramos*).
 - Por tanto kilobyte (kB) deberían ser 1000 bytes.
- Sin embargo en muchos contextos, kB = 1024 bytes. ¿Por qué?
Porque 1024 es potencia de 2 ($1024 = 2^{10}$).

↓
CONFUSIÓN
↓

- El Estándar Internacional crea el término “kibibyte” (kilo binario, KiB) para denotar a la potencia de 2.



Nombre	Potencias de 10 (S.I.)	Difer.	Potencias Binarias	Nombre
kilobyte (kB)	$10^3 = 1000$	2%	$2^{10} = 1024$	kibibyte (KiB)
megabyte (MB)	$10^6 = 1000000$	5%	$2^{20} = 1048576$	mebibyte (MiB)
gigabyte (GB)	$10^9 = 1000000000$	7%	$2^{30} = 1073741824$	gibibyte (GiB)
terabyte (TB)	$10^{12} = 1000000000000$	10%	$2^{40} = 1099511627776$	tebibyte (TiB)
petabyte (PB)	$10^{15} = 1000000000000000$	13%	$2^{50} = 1125899906842624$	pebibyte (PiB)
exabyte (EB)	$10^{18} = 1000000000000000000$	15%	$2^{60} = 1152921504606846976$	exbibyte (EiB)
zettabyte (ZB)	$10^{21} = 1000000000000000000000$	18%	$2^{70} = 1180591620717411303424$	zebibyte (ZiB)
yottabyte (YB)	$10^{24} = 1000000000000000000000000$	21%	$2^{80} = 1208925819614629174706176$	yobibyte (YiB)

- En la actualidad esta convención de nombres ya es empleada por algunos sistemas operativos como GNU/Linux (p.e. la distribución Ubuntu).
- Sin embargo aún son muchos los contextos en los que se sigue utilizando el término *kilobyte* como equivalente de 1024 bytes.



- Concepto de **Código Binario**: es un sistema de representación de objetos mediante secuencias de bits.
- Crear un código binario consiste en asignar una secuencia de bits a cada uno de los elementos que forman parte del conjunto de objetos que se quiere representar.

<u>Secuencia de bits</u>	<u>Objeto representado</u>
Secuencia1	Objeto1
Secuencia2	Objeto2
...	...
SecuenciaN	ObjetoN



- Ejemplo: crear un código binario para representar las letras vocales.

a, e, i o, u → 5 elementos → ¿Cuántos bits se necesitarán?

2 bits → $2^2 = 4 < 5$ → **No vale**

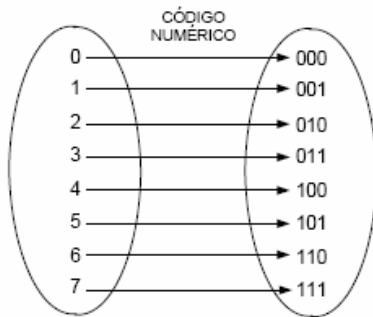
3 bits → $2^3 = 8 > 5$ → **Vale**

<u>Secuencia de bits</u>	<u>Objeto representado</u>
0 0 0	a
0 0 1	e
0 1 0	i
0 1 1	o
1 0 0	u

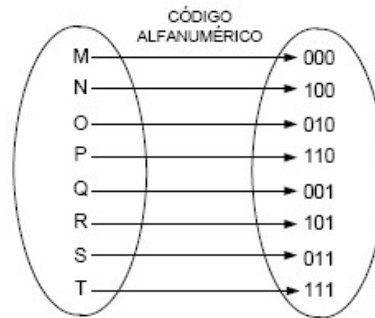


Códigos Binarios

Códigos Numéricos



Códigos Alfanuméricos



- Naturales
- Enteros
- Reales



1.2- Sistemas de numeración

• REPRESENTACIONES NUMÉRICAS

- Las representaciones numéricas se basan en el **sistema posicional**.
- En los sistemas posicionales, el valor que representa un conjunto de dígitos depende de:
 - a) Los propios dígitos.
 - b) Sus posiciones dentro del número.
 - c) La base numérica en la que están representados.

Fórmula General:
$$valor = \sum_{i=-\infty}^{\infty} d_i B^i = \dots + d_1 B^1 + d_0 B^0 + d_{-1} B^{-1} + \dots$$

donde: d_i representa el dígito que ocupa la posición i -ésima
 B representa el valor de la base de representación

Ejemplos (en base 10):

$$1023 = 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 = 1000 + 0 + 20 + 3 = 1023$$

$$10'23 = 1 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2} = 10 + 0 + 0'2 + 0'03 = 10'23$$



1.2- Sistemas de numeración

- Representación de números en diferentes bases:

Valor de la base = n° de dígitos disponibles para representar cualquier n° de la base.

<i>BASE</i>	<i>Dígitos disponibles</i>
2 (binaria)	0, 1
8 (octal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
10 (decimal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
16 (hexadecimal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Ejemplos:

$$1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$$

$$13_{(8)} = 1 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 8 + 3 = 11$$



1.2- Sistemas de numeración

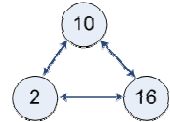
<i>DEC</i>	<i>Binario</i>	<i>Octal</i>	<i>Hexadecimal</i>
0	0 0 0 0	0	0
1	0 0 0 1	1	1
2	0 0 1 0	2	2
3	0 0 1 1	3	3
4	0 1 0 0	4	4
5	0 1 0 1	5	5
6	0 1 1 0	6	6
7	0 1 1 1	7	7
8	1 0 0 0	10	8
9	1 0 0 1	11	9
10	1 0 1 0	12	A
11	1 0 1 1	13	B
12	1 1 0 0	14	C
13	1 1 0 1	15	D
14	1 1 1 0	16	E
15	1 1 1 1	17	F



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

Bases de uso común {
Base 10 (decimal), por ser la habitual entre las personas.
Base 2 (binaria), adecuada para las señales binarias.
Base 16 (hexadecimal), por ser más compacta que base 2.

Conversión entre bases {
De base 10 a cualquier base.
De cualquier base a base 10.
Conversión directa entre base 2 y base 16
(sin pasar por base 10).



Se verán 3 casos {
Conversión de números Enteros.
Conversión de números Fraccionarios puros.
Conversión de números mixtos.

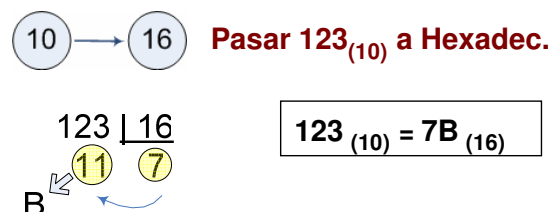
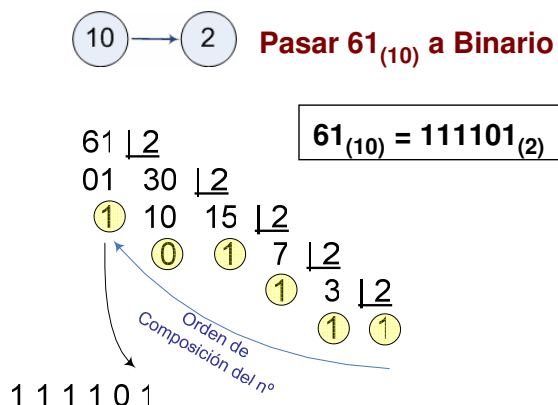


1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

Caso 1: los números a convertir son enteros.

a) Paso de Base 10 a cualquier base:

Se divide el nº a convertir entre el valor de la base destino, hasta que el cociente no sea divisible.



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

b) Paso de cualquier base a Base 10:

Aplicar el sistema posicional sobre el n^o que se desea convertir.

$\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{10}$ **Pasar $111101_{(2)}$ a Decimal**

$$\begin{aligned} 111101_{(2)} &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 \\ &= 32 + 16 + 8 + 4 + 1 \\ &= 61_{(10)} \end{aligned}$$

$\textcircled{16} \rightarrow \textcircled{10}$ **Pasar $7B_{(16)}$ a Decimal**

$$7B_{(16)} = 7 \times 16^1 + B \times 16^0 = 112 + 11 = 123_{(10)}$$



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

c) Cambios entre las bases 2 y 16:

B2 \rightarrow B16 Agrupar los dígitos binarios de 4 en 4, empezando por los menos significativos (si es necesario, rellenar con 0s por la izqda).

$\textcircled{2} \rightarrow \textcircled{16}$ **Pasar $111011_{(2)}$ a Hexadec.** \rightarrow  0011 1011₍₂₎ = **$3B_{(16)}$**

Pasar $11111010001_{(2)}$ a Hexadec. \rightarrow 0111 1101 0001₍₂₎ = **$7D1_{(16)}$**

B16 \rightarrow B2 Expandir cada dígito hexadecimal en 4 dígitos binarios.

$\textcircled{16} \rightarrow \textcircled{2}$ **Pasar $4CE_{(16)}$ a Binario** \rightarrow **$4CE_{(16)} = 0100\ 1100\ 1110_{(2)}$**



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

Caso 2: los números a convertir son fraccionarios puros.

a) Paso de Base 10 a cualquier base:

Se multiplica el n° a convertir por el valor de la base destino, hasta que la parte fraccionaria sea nula.

10 \rightarrow 2 **Pasar $0'8125_{(10)}$ a Binario**

$$0'8125 \times 2 = 1'625$$

$$0'625 \times 2 = 1'25$$

$$0'25 \times 2 = 0'5$$

$$0,5 \times 2 = 1'0$$

Orden de
Composición
del n°

$$0'8125_{(10)} = 0'1101_{(2)}$$

10 \rightarrow 16 **Pasar $0'703125_{(10)}$ a Hex.**

$$0'703125 \times 16 = 11'25$$

$$0'25 \times 16 = 4'0$$

$$0'703125_{(10)} = 0'B4_{(16)}$$



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

b) Paso de cualquier base a Base 10:

Aplicar al n° que se desee convertir el sistema posicional.

2 \rightarrow 10 **Pasar $0'101101_{(2)}$ a Decimal.**

$$0'101101_{(2)} = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-6} = 0'703125_{(10)}$$

16 \rightarrow 10 **Pasar $0'B4_{(16)}$ a Decimal.**

$$0'B4_{(16)} = 11 \times 16^{-1} + 4 \times 16^{-2} = 0'703125_{(10)}$$

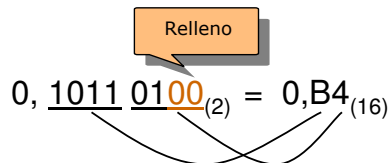


1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

c) Cambios entre las bases 2 y 16:

B2 → B16 Agrupar los dígitos hexadecimales de 4 en 4, empezando por el que está situado a la derecha del punto fraccionario (si es necesario, rellenar con 0s por la derecha).

$(2) \rightarrow (16)$ **Pasar $0'101101_{(2)}$ a Hexadecimal**


 $0, \underline{01} \underline{01} \underline{00}_{(2)} = 0, B4_{(16)}$

B16 → B2 Expandir cada dígito hexadecimal en 4 dígitos binarios.

$(16) \rightarrow (2)$ **Pasar $0'1A9_{(16)}$ a Binario → $0'0001\ 1010\ 1001_{(2)}$**



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

Observación:

- Los números Enteros **SÍ** son siempre expresables en cualquier base.
- Los números Fraccionarios Puros **NO** son siempre expresables en cualquier base.

Ejemplos:

Convertir $0'2_{(10)}$ a Base 2

$$0'2 \times 2 = 0'4$$

$$0'4 \times 2 = 0'8$$

$$0'8 \times 2 = 1'6$$

$$0'6 \times 2 = 1'2$$

$$0'2 \times 2 = 0'4$$

...

$$0'2_{(10)} = 0'00110011..._{(2)}$$

Convertir $0'8_{(10)}$ a Base 16

$$0'8 \times 16 = 12'8$$

$$0'8 \times 16 = 12'8$$

...

$$0'8_{(10)} = 0'CC..._{(16)}$$



1.2- Sistemas de numeración: conversión entre bases

Caso 3: los números a convertir son mixtos.

Operar separadamente con la parte entera y con la parte fraccionaria, y luego combinar el resultado (*aplicar Caso 1 sobre la PE y Caso 2 sobre la PF*).

Ejemplo: expresar el nº $14'375_{(10)}$ en base binaria.

- a) Parte entera (*aplicar Caso 1*) → $10 \rightarrow 2$
- $$\begin{array}{r} 14 \overline{) 2} \\ 0 \quad 7 \overline{) 2} \\ 1 \quad 3 \overline{) 2} \\ 1 \quad 1 \end{array}$$
- b) Parte fraccionaria (*aplicar Caso 2*) → $10 \rightarrow 2$
- $$\begin{array}{rcl} 0'375 \times 2 & = & 0'75 \\ 0'75 \times 2 & = & 1'5 \\ 0'5 \times 2 & = & 1'0 \end{array}$$
- c) Combinar ambas partes → $14'375_{(10)} = 1110'011_{(2)}$



1.2- Sistemas de numeración: aritmética básica

- ARITMÉTICA BÁSICA (suma y resta) EN DIFERENTES BASES

Ejemplos Suma

	Sin acarreo	Con acarreo
Decimal	$\begin{array}{r} 68 \\ + 21 \\ \hline 89 \end{array}$	$\begin{array}{r} 459 \\ + 378 \\ \hline 837 \end{array}$
Binario	$\begin{array}{r} 01000000 \\ + 00010101 \\ \hline 01010101 \end{array}$	$\begin{array}{r} 111001011 \\ + 101111010 \\ \hline 1101000101 \end{array}$
Hexadecimal	$\begin{array}{r} 40 \\ + 15 \\ \hline 55 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1CB \\ + 17A \\ \hline 345 \end{array}$

Ejemplos Resta

	Sin acarreo	Con acarreo
Decimal	$\begin{array}{r} 459 \\ - 318 \\ \hline 141 \end{array}$	$\begin{array}{r} 525 \\ - 387 \\ \hline 138 \end{array}$
Binario	$\begin{array}{r} 10100110 \\ - 00100100 \\ \hline 10000010 \end{array}$	$\begin{array}{r} 01100101 \\ - 01011010 \\ \hline 00001011 \end{array}$
Hexadecimal	$\begin{array}{r} A6 \\ - 24 \\ \hline 82 \end{array}$	$\begin{array}{r} 731C \\ - 1A46 \\ \hline 58D6 \end{array}$

Recordatorio:

A → 10
B → 11

C → 12
D → 13

E → 14
F → 15



1.2- Sistemas de numeración: ejercicios resueltos

Ejercicios:

$$\begin{array}{r} 01011101 \\ + 00101110 \\ \hline 10001011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01011101 \\ - 00101110 \\ \hline 00101111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 731C \\ + 1A46 \\ \hline 8D62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} C3AB \\ + 9EF3 \\ \hline 1629E \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A11C \\ - 1A48 \\ \hline 86D4 \end{array}$$



1.2- Sistemas de numeración: ejercicios propuestos

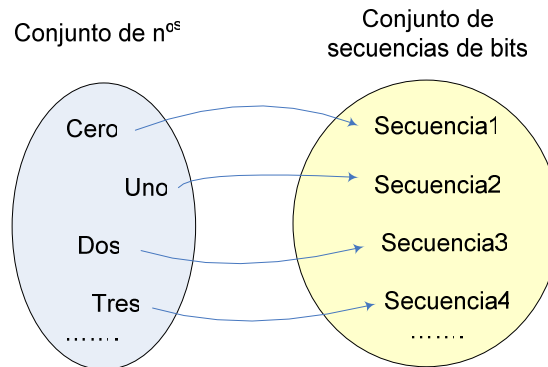
Ejercicios:

Nº a convertir	Base final	Solución
5075 ₍₁₀₎	Base 8	11723 ₍₈₎
3'375 ₍₁₀₎	Base 2	11'011 ₍₂₎
0'59375 ₍₁₀₎	Base 16	0'98 ₍₁₆₎
4'6080 ₍₁₀₎	Base 5	4'301 ₍₅₎
1100 ₍₂₎	Base 10	12 ₍₁₀₎
13 ₍₈₎	Base 10	11 ₍₁₀₎
0'98 ₍₁₆₎	Base 10	0'59375 ₍₁₀₎
1A2B'0C ₍₁₆₎	Base 10	6699'0469 ₍₁₀₎
1101011011000101011 ₍₂₎	Base 16	6B62B ₍₁₆₎
0'10011 ₍₂₎	Base 16	0'98 ₍₁₆₎



1.3- Representaciones numéricas

Consideración inicial: Concepto de crear un código binario para la representación de los números.



Problema: Conjuntos numéricos infinitos frente a secuencias de bits finitas (el computador tiene un límite de almacenamiento).

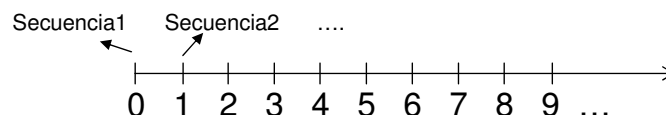


Aparición del concepto de *RANGO*.



1.3- Representaciones numéricas: N^o naturales

Planteamiento:



Pasos para crear el código:

- Determinar el n^o de objetos a representar. (p.e. [0-7])
- Determinar el n^o de bits necesarios para representar dichos objetos.
En general: $n \text{ bits} \leftrightarrow 2^n \text{ elementos}$ (p.e. para representar 8 objetos $\rightarrow 3 \text{ bits}$)
- Asignar a cada objeto una secuencia de bits.

El criterio universalmente aceptado es asignar a cada secuencia de bits el n^o natural que representa en base 2. A este formato se le denomina **BINARIO NATURAL**.

En nuestro ejemplo:

0	\rightarrow	000
1	\rightarrow	001
...		
7	\rightarrow	111

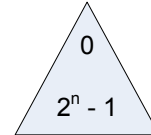


1.3- Representaciones numéricas: N^o naturales

Esquema de representación de este formato numérico:

- **Formato de representación:** **Binario natural (BN)**.
- **Rango de representación:** **$[0, 2^n - 1]$** , siendo 'n' el n^o de bits.

Ejemplos: $n = 3 \rightarrow \text{Rango: } [0, 2^3 - 1] = [0, 7]$
 $n = 4 \rightarrow \text{Rango: } [0, 2^4 - 1] = [0, 15]$
 $n = 8 \rightarrow \text{Rango: } [0, 2^8 - 1] = [0, 255]$
 $n = 16 \rightarrow \text{Rango: } [0, 2^{16} - 1] = [0, 65535]$



- **Aritmética:** para sumar dos números naturales, operar directamente en B.Nat.

¡Ojo! Posibilidad de que al sumar dos n^os , cada uno representable con 'n' bits, el resultado de la suma no lo sea \rightarrow Concepto de **desbordamiento aritmético**.

✓

$$\begin{array}{r} 0011 \quad (3) \\ + 1001 \quad (9) \\ \hline 1100 \quad (12) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \quad (8) \\ + 1011 \quad (11) \\ \hline 10011 \quad (3) \end{array} \quad \times$$

Acarreo final \rightarrow 1



1.4- Representaciones numéricas: N^o enteros

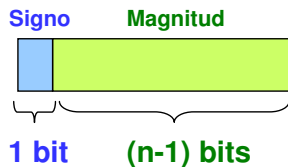
- Los números enteros pueden ser positivos o negativos \rightarrow El signo es un elemento más a tener en cuenta.
- Hay varios tipos de soluciones:
 - Forzar la codificación del signo en un bit extra.
P.e. 0=positivo, 1=negativo (método denominado signo-magnitud).
 - Convertir los negativos en positivos sumándoles un constante Z
(método denominado Exceso a un entero Z).
 - Complemento a 2.
- Objetivo: lograr una representación de positivos y negativos que puedan ser sumados con aritmética de naturales, dando un resultado correcto.
Esto permite usar el mismo hardware para sumar naturales o enteros.



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

Formato 1: Signo-Magnitud

– Formato de representación (para 'n' bits):



- Número Positivo → Bit de signo = 0
- Número Negativo → Bit de signo = 1
- La Magnitud se representa en B. Natural

Ej: n = 4 bits

$5_{(10)} \rightarrow 0101$

$-5_{(10)} \rightarrow 1101$

NOTA: En este formato hay una doble representación del 0 (p.e. $n=4$ bits $\rightarrow 0000$ y 1000).

– Rango: $[-(2^{n-1} - 1), 2^{n-1} - 1]$, siendo 'n' el n° de bits (\rightarrow Rango Simétrico)

Ej. Si $n = 4$ bits \rightarrow Rango = $[-(2^3-1), 2^3-1] = [-7, 7]$

– Aritmética: no se utiliza.



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

Formato 2: Complemento a 2 (C-2)

N°s positivos \rightarrow MSB=0

N°s negativos \rightarrow MSB=1

– Formato de representación (para 'n' bits):

a) Números Positivos \rightarrow Se representan en Binario Natural

P.e. si $n = 4$ bits, representar el $3_{(10)}$ en C-2 $\rightarrow 0011$

b) Números Negativos \rightarrow 3 métodos para obtener su representación:

* Representar en BN el valor $2^n - |x|$, con 'n' = n° de bits, $-x = n^\circ$ a representar

P.e. $n = 4$ bits, representar el $-5 \rightarrow 2^4 - |-5| = 16 - 5 = 11_{(10)} \rightarrow 1011_{(2)}$

* Representar en BN el valor absoluto del n°.

Invertir todos los bits.

Sumarle 1 al n° obtenido en el paso anterior.

P.e. $n = 4$ bits, $n^\circ = -5 \rightarrow |-5| = 5_{(10)} \xrightarrow{BN} 0101_{(2)} \xrightarrow{Invertir} 1010_{(2)} \xrightarrow{+1} 1011_{(C-2)}$

* Representar en BN el valor absoluto del n° y después, empezando por el bit menos significativo, ir copiando los bits de drcha. a izqda. hasta encontrar el primer '1' (incluido), y a partir de ahí invertir bits.



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

– Pasar de C2 a decimal

a) Números Positivos → Como Binario Natural

b) Números Negativos → Existen 3 formas:

* Pasar el valor de BN a decimal y se obtiene un valor Y. El valor buscado es $-(2^n - Y)$

P.e. $n = 4$ bits, $1101_{(2)}$ pasado de BN a decimal es $Y=13 \rightarrow 1101_{(2)} = -(16-13) = -3$

* Restar uno en binario, invertir todos los bits. Pasar de BN a decimal para obtener el valor absoluto

P.e. $n = 4$ bits, $1101_{(2)} \rightarrow 1100 \rightarrow 0011 \rightarrow -3$

* Empezando por el bit menos significativo, ir copiando los bits de drcha. a izqda. hasta encontrarel primer '1' (incluido), y a partir de ahí invertir bits. Pasar de BN a decimal para obtener el valor absoluto

P.e. $n = 4$ bits, $1101_{(2)} \rightarrow 0011 \rightarrow -3$



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

– Rango: $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$, siendo 'n' el n° de bits.

Ej. Si $n = 4$ bits \rightarrow Rango = $[-2^3, 2^3-1] = [-8, 7]$

¡Ojo! La secuencia binaria $1000_{(C-2)}$ representa el valor -8, no el 8 ($n=4$ bits).

– Aritmética en C-2:

Propiedad:

“Dadas dos cantidades de cualquier signo representadas en C-2 en un formato de 'n' bits, las operaciones aritméticas simples (como la suma) de dichas cantidades, realizada según los mecanismos de los n°s binarios naturales, genera un resultado correcto con signo siempre y cuando dicho resultado pertenezca al rango de los n°s representables con el 'n' dado”.

Cuando se realizan operaciones aritméticas con dos números representados con signo en un formato de 'n' bits, y el resultado no es representable con 'n' bits, entonces se produce un **desbordamiento aritmético**.

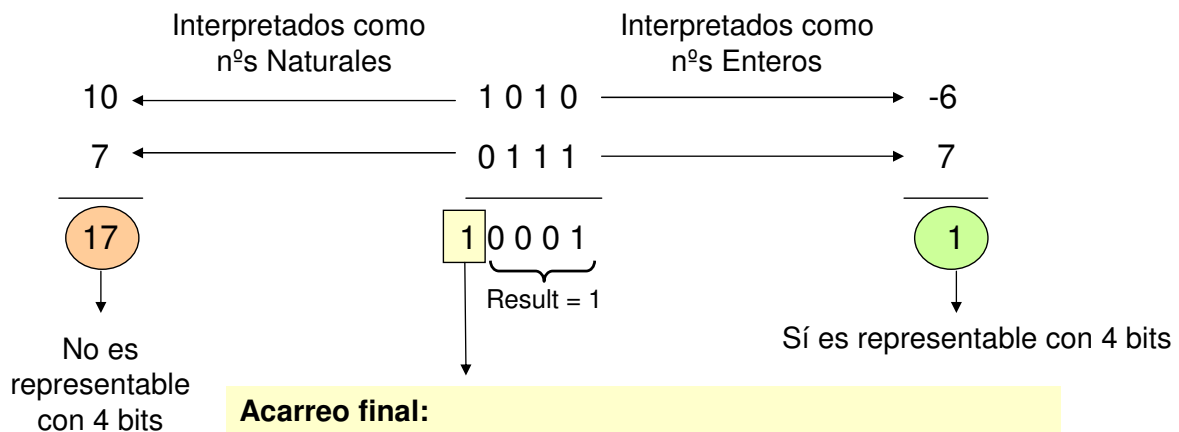
$$\begin{array}{r} -7 \rightarrow 1001_{(C-2)} \\ + \quad 5 \rightarrow 0101_{(C-2)} \\ \hline (-2) \quad 1110_{(C-2)} \rightarrow -2 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \rightarrow 0111_{(C-2)} \\ + \quad 5 \rightarrow 0101_{(C-2)} \\ \hline (12) \quad 1100_{(C-2)} \rightarrow -4 \quad \times \end{array}$$



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

– Detección de desbordamiento aritmético para N° Enteros



Acarreo final:

- Para n°s Naturales indica desbordamiento.
- Para n°s Enteros no es indicativo de desbordamiento.

Conclusión: el mecanismo para detectar desbordamiento en los en los n°s Naturales NO sirve para los n°s Enteros.



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

Para detectar el desbordamiento aritmético de n°s Enteros se plantea un mecanismo basado en el contrastar el signo de los operandos con el signo del resultado.

Operación	Signo operando A	Signo Operando B	Signo Resultado	Desbordamiento
SUMA	0	0	0	NO
SUMA	0	0	1	SÍ
SUMA	0	1	0	NO
SUMA	0	1	1	NO
SUMA	1	0	0	NO
SUMA	1	0	1	NO
SUMA	1	1	0	SÍ
SUMA	1	1	1	NO

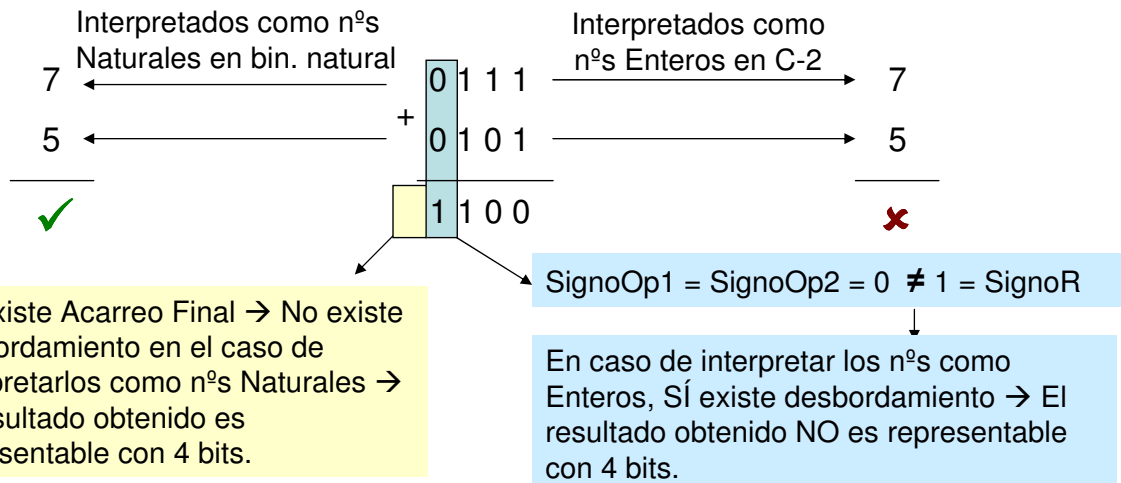
Observación: Cuando los operandos son de distinto signo, su suma nunca producirá desbordamiento.



1.4- Representaciones numéricas: comparativa

Ejemplo de detección de desbordamiento aritmético para n^ºs interpretados CON y SIN signo

Sup. $n = 4$ bits \rightarrow Rango de Naturales: $[0, 15]$
Rango de Enteros C-2: $[-8, 7]$



Comprobación: $1100_{(2)} = 12_{(10)} = 7+5$

Comprobación: $1100_{(C-2)} = -4_{(10)} \neq 7+5$



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Informática de la Universidad de Oviedo

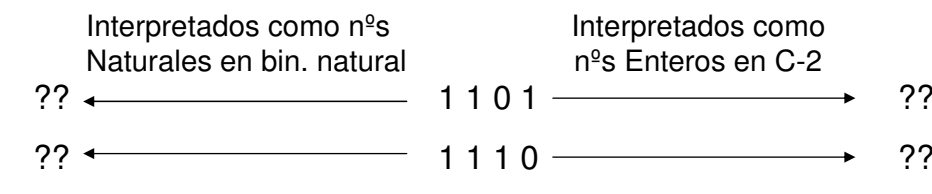
Fundamentos de Computadores
Tema 1: Información digital

35

1.4- Representaciones numéricas: ejercicio

Ejercicio propuesto

Sup. $n = 4$ bits \rightarrow Rango de Naturales: $[0, 15]$
Rango de Enteros C-2: $[-8, 7]$



¿Existe desbordamiento aritmético si se interpretan como magnitudes sin signo?

¿Existe desbordamiento aritmético si se interpretan como magnitudes con signo?

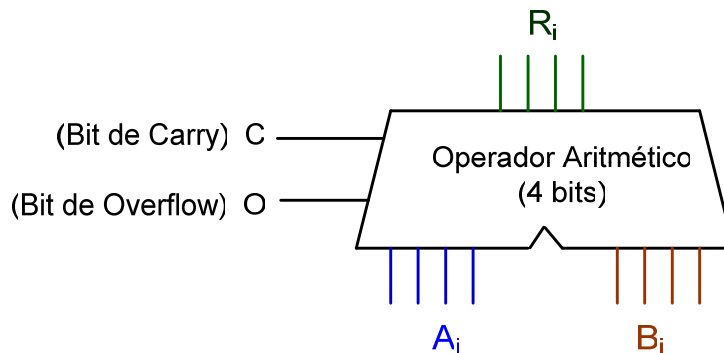


Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Informática de la Universidad de Oviedo

Fundamentos de Computadores
Tema 1: Información digital

36

Conceptos de BIT DE CARRY y BIT DE OVERFLOW



- Bit de Carry (CF): bit generado por un operador aritmético para indicar el desbordamiento cuando sus operandos de entrada (A_i y B_i) se interpretan como magnitudes sin signo (\rightarrow n^ºs Naturales).
- Bit de Overflow (OF): bit generado por un operador aritmético para indicar el desbordamiento cuando sus operandos de entrada (A_i y B_i) se interpretan como magnitudes con signo (\rightarrow n^ºs Enteros).

1.4- Representaciones numéricas: N^º enteros

Formato 3: Exceso a un entero Z

– **Formato de representación:** Sumar el Exceso Z al n^º a representar, y luego representar el resultado obtenido en B. Natural.

Ejemplos: Sea $n = 4$ bits. Representar los n^ºs 5 y -5 en EXC-8.

$$\begin{array}{lcl}
 5 \xrightarrow{\text{Exc-8}} 5 + 8 = 13_{(10)} \xrightarrow{\text{B.N.}} 1101_{(2)} & \bigg| & -5 \xrightarrow{\text{Exc-8}} -5 + 8 = 3_{(10)} \xrightarrow{\text{B.N.}} 0011_{(2)}
 \end{array}$$

Observación:

Para que un n^º sea representable en Exceso a un entero Z con un n^º de bits 'n' dado, deben cumplirse 2 condiciones:

- Después de sumarle el exceso al n^º, el resultado NO puede ser negativo.
Ej. dados $n=4$ bits y EXC-5 \rightarrow Representar el -6: $-6 \rightarrow -6+5 = -1 \rightarrow$ No cumple (a)
- Después de sumarle el exceso al n^º, el resultado debe ser representable en B.N. para el 'n' dado.
Ej. dados $n=4$ bits y EXC-5 \rightarrow Representar el 12: $12 \rightarrow 12+5 = 17 \rightarrow$ No cumple (b)

1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

– **Rango de representación:** $[-Z, 2^n - 1 - Z]$, siendo 'n' el n° de bits.

Ejemplos: $n = 5$, EXC-16 \rightarrow Rango: $[-16, 2^5 - 1 - 16] = [-16, 15]$

$n = 4$, EXC-4 \rightarrow Rango: $[-4, 2^4 - 1 - 4] = [-4, 11]$

$n = 3$, EXC-7 \rightarrow Rango: $[-7, 2^2 - 1 - 7] = [-7, -4]$

NOTA:

* Si $Z = 2^{n-1} \rightarrow$ Se denomina Exceso-Central, y el rango coincidirá con el de C-2.

* Si $Z < 2^{n-1} \rightarrow$ Se podrán representar más n°s Positivos que Negativos.

* Si $Z > 2^{n-1} \rightarrow$ Se podrán representar más n°s Negativos que Positivos.

– **Consideraciones sobre Aritmética:**

Propiedad:

“Los n°s representados en Exceso-Z se ordenan de menor a mayor, de modo que al más pequeño de todos (máximo negativo) se le asigna el n° binario menor (00...0), y al más grande (máximo positivo) el n° binario mayor (11...1)”.

Esta propiedad facilita la comparación de n°s enteros.



1.4- Representaciones numéricas: N° enteros

Binario	Natural	Signo-Magnitud	C-2	Exc-8
0 0 0 0	0	0	0	-8
0 0 0 1	1	1	1	-7
0 0 1 0	2	2	2	-6
0 0 1 1	3	3	3	-5
0 1 0 0	4	4	4	-4
0 1 0 1	5	5	5	-3
0 1 1 0	6	6	6	-2
0 1 1 1	7	7	7	-1
1 0 0 0	8	-0	-8	0
1 0 0 1	9	-1	-7	1
1 0 1 0	10	-2	-6	2
1 0 1 1	11	-3	-5	3
1 1 0 0	12	-4	-4	4
1 1 0 1	13	-5	-3	5
1 1 1 0	14	-6	-2	6
1 1 1 1	15	-7	-1	7

EXC-8 es el exceso-central para $n=4$ bits

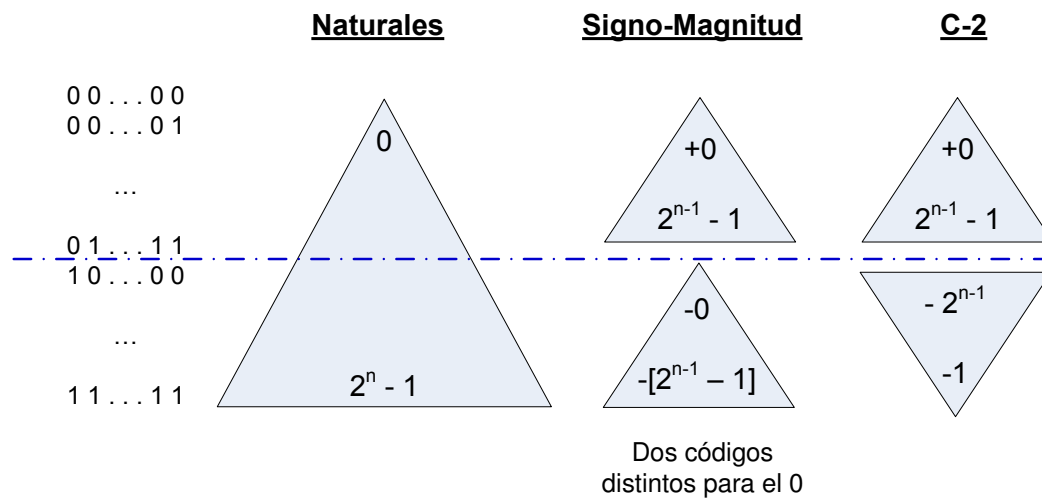
Se puede ver que el rango del EXC-8 y el del C-2 efectivamente coinciden $[-8, 7]$

Comentario: ver cómo una misma secuencia de bits puede representar cosas distintas dependiendo del formato de representación.



1.4- Representaciones numéricas: cuadro resumen

Esquema Resumen de los Rangos de Representación



1.4- Representaciones numéricas: ejercicios

Ejercicios

- 1 En un sumador para cantidades de 5 bits se introducen el número 7 codificado en Exceso a 16 y el número -16 codificado en C-2. ¿Qué resultado se obtendrá a la salida del sumador interpretado en Exceso a 8? Contestar en decimal.

7 codificado en EXC-16 $\rightarrow 7 + 16 = 23$ Codificar en BN $\rightarrow 1\ 0\ 1\ 1\ 1$
-16 codificado en C-2 \rightarrow Codificar el 16 $\rightarrow 1\ 0\ 0\ 0\ 0$
Invertir a partir del 1^{er} '1': $1\ 0\ 0\ 0\ 0$ \rightarrow $1\ 0\ 0\ 0\ 0$
 $1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1$

El resultado obtenido es 7 \rightarrow Si está codificado en EXC-8 entonces: $x + 8 = 7 \rightarrow \mathbf{x = -1}$

- 2 En un sumador para cantidades de 'n' bits, con $n=4$, se introducen el mayor n° entero positivo y el menor n° entero negativo, ambos codificados en C-2. ¿Qué resultado se obtendrá a la salida del sumador interpretado como un n° entero codificado en Exceso a 2^{n-2} ? Contestar en decimal.

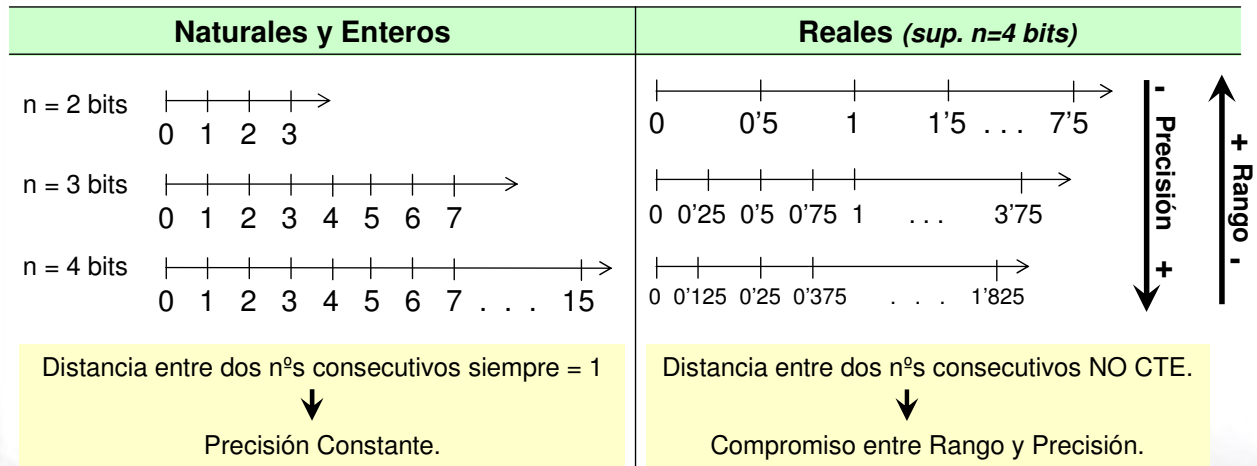
(Soluc: 1)

1.5- Representaciones numéricas: N° reales

Consideración inicial: Conceptos de RANGO y PRECISIÓN.

Independientemente del método que se utilice para representar n°s fraccionarios, es evidente que nunca podrán representarse todos.

- Si la P_E es demasiado grande \rightarrow podrán aparecer problemas de RANGO.
- Si la P_F tiene demasiados dígitos \rightarrow aparecerán problemas de PRECISIÓN.



1.5- Representaciones numéricas: N° reales

- Como se acaba de explicar, son dos los conceptos a tener en cuenta: RANGO y PRECISIÓN.

- Se verán 2 tipos de formato:
 - Coma fija
 - Coma flotante
 - a) Formato Simplificado
 - b) Formato IEEE-754 simple

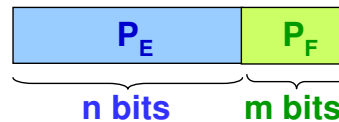


1.5- Representaciones numéricas: Coma Fija

Consiste en almacenar separadamente los bits que hay a la izquierda del punto fraccionario (P_E) y los que hay a la derecha del punto fraccionario (P_F).

– Formato de representación:

Dado un n° determinado de bits, $n+m$, se toman ' n ' bits para representar la P_E y ' m ' para representar la P_F .



El formato de coma fija puede utilizarse para representar n° s CON o SIN signo.

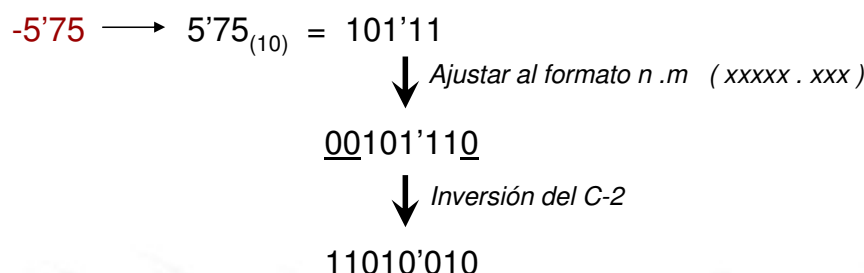
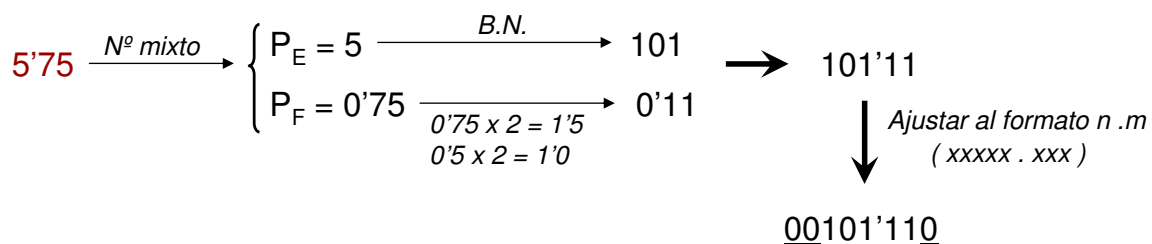
- ↗ N° s sin signo: utilizar el criterio de representación del sistema binario.
- ↘ N° s con signo: seguir el criterio de representación del C-2.



1.5- Representaciones numéricas: Coma Fija

Ejemplo:

Sup. $n=5$ bits y $m=3$ bits, representar $5'75_{(10)}$ y $-5'75_{(10)}$ en formato coma fija.



¡Ojo! No invertir los bits antes de haber ajustado al formato $n.m$



1.5- Representaciones numéricas: Coma Fija

– Rango y Precisión:

Dado un nº determinado de bits 'n+m' ('n' bits para la P_E y 'm' para P_F), el rango y precisión del formato en coma fija depende del reparto de bits que se haga entre la P_E y la P_F .

Si $n \uparrow$ y $m \downarrow \longrightarrow$ Rango \uparrow y Precisión \downarrow

Si $n \downarrow$ y $m \uparrow \longrightarrow$ Rango \downarrow y Precisión \uparrow

El rango también depende de si se trabaja con magnitudes sin signo (sólo nºs positivos) o con magnitudes con signo (nºs positivos y negativos).



1.5- Representaciones numéricas: Coma Fija

	Magnitudes SIN signo	Magnitudes CON signo
RANGO:	$[0, 2^n - 2^{-m}]$	$[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 2^{-m}]$
PRECISIÓN:	2^{-m}	2^{-m}



En coma fija, la **precisión es cte.** a lo largo de todo el rango de representación, y representa por tanto el máximo error de representación que se puede cometer, independientemente del nº a representar.

Ejemplo:

Sup. $n=8$ bits y $m=4$ bits, calcular la precisión del formato coma fija.

Precisión: $2^{-m} = 2^{-4} = 1/2^4 = 0'0625 \rightarrow$ Se corresponde además con el nº más pequeño representable con 8+4 bits: 00000000'0001

En este ejemplo, la precisión conseguida es del orden de las décimas.



1.5- Representaciones numéricas: Coma Fija

Deducción matemática de los Rangos del formato coma fija (p.e. para $n=5$ y $m=3$).

Magnitudes SIN signo → Rango: $[0, 2^n - 2^{-m}] \rightarrow [0, 2^5 - 2^{-3}]$

Nº más pequeño representable: 00000'000 = 0

Nº más grande representable: 11111'111 = $2^5 - 2^{-3}$

← Aprender a deducirlo

$$\begin{array}{r} 11111'111 \rightarrow =x \\ + 00000'001 \rightarrow =2^{-3} \\ \hline 100000'000 \rightarrow =2^5 \end{array} \rightarrow x + 2^{-3} = 2^5 \rightarrow x = 2^5 - 2^{-3}$$

Magnitudes CON signo → Rango: $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 2^{-m}] \rightarrow [-2^4, 2^4 - 2^{-3}]$

Nº más pequeño representable: 10000'000 = -16 = -2^4

Nº más grande representable: 01111'111 = $2^4 - 2^{-3}$

← Aprender a deducirlo

$$\begin{array}{r} 01111'111 \rightarrow =x \\ + 00000'001 \rightarrow =2^{-3} \\ \hline 10000'000 \rightarrow =2^4 \end{array} \rightarrow x + 2^{-3} = 2^4 \rightarrow x = 2^4 - 2^{-3}$$



1.5- Representaciones numéricas: Coma Fija

- Aritmética:

En el caso de nºs sin signo, es análoga a la explicada para los nºs Naturales.

En el caso de nºs con signo, es análoga a la vista en C-2.

Para detectar el desbordamiento aritmético se utiliza por tanto:

- El bit de Carry (CF) si el nº se interpreta como una magnitud sin signo.
- El bit de Overflow (OF) si el nº se interpreta como una magnitud con signo.

CONCLUSIÓN: los operadores requeridos para la aritmética en Coma Fija son idénticos a los requeridos para la aritmética de Naturales o Enteros.

7'625	← Interpretados como nºs Naturales		0 0 1 1 1 ' 1 0 1	← Interpretados como nºs Enteros	7'625
28'625	←	+	1 1 1 0 0 ' 1 0 1	←	-3'375
			1 0 0 1 0 0 ' 0 1 0		
x			Resultado = 4'25		✓

Existe Carry Final → Overflow en el caso de interpretarlos como nºs Naturales → El resultado obtenido NO es representable.

SignoOp1 ≠ SignoOp2 → No hay Overflow en caso de interpretarlos como Magnitudes con signo → Resultado representable.



1.5- Representaciones numéricas: ejercicios

Ejercicios

- 1 Se dispone de 1 byte para representar n^{os} reales según un formato de **coma fija**. Los primeros 6 bits se utilizan para la parte entera y los 2 últimos para la parte fraccionaria. Los n^{os} negativos se representan en complemento a 2. Se pide:
 - a) ¿Cuál será el resultado de sumar las cantidades 12 y -2'63 expresadas en este formato? Codifica el resultado en este mismo formato y escribe la solución en hexadecimal. (Soluc: 26₍₁₆₎)
 - b) ¿Cuál es el n^o negativo más cercano a 0 que puede representarse en este formato? Responde en decimal. (Soluc: -0'25)
- 2 Se tienen los n^{os} -8 (expresado en **complemento a 2**) y -1 (representado en un **exceso a Z**) ambos con 4 bits. Se suman ambos usando aritmética de complemento a 2 e, interpretando el resultado también en complemento a 2, se obtiene -1 en decimal y no se produce desbordamiento. ¿Cuánto valía Z? (Soluc: 8)



1.5- Representaciones numéricas: Coma Flotante

- **Formato:** $R = M \times B^e$, donde *M*: mantisa, *B*: base, *e*: exponente
- **Ejemplos:**

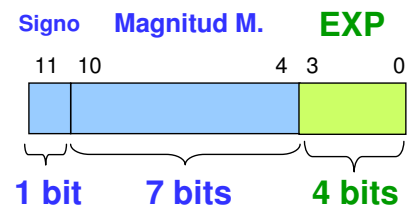
$15'25 = 15'25 \times 10^0$	
$15'25 = 1'525 \times 10^1$	$15'25 = 152'5 \times 10^{-1}$
$15'25 = 0'1525 \times 10^2$	$15'25 = 1525 \times 10^{-2}$
$15'25 = 0'01525 \times 10^3$	$15'25 = 15250 \times 10^{-3}$
...	
- **Formatos Normalizados:**
 - **Todo Fracción (TF):** $R = 0'D_{-1}... \times B^e$, con D_{-1} no nulo
El dígito más significativo de la mantisa (D_{-1}) se sitúa justo a la derecha del punto fraccionario y luego se ajusta el exponente.
 - **Todo Entero (TE):** $R = ...D_0'0 \times B^e$, con D_0 no nulo.
El dígito menos significativo de la mantisa (D_0) se sitúa justo a la izquierda del punto fraccionario y luego se ajusta el exponente.



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato simplificado

i) **FORMATO:**

- Base de representación → **BINARIA**
- Normalización → **Todo Fracción**
- Mantisa → **Formato: Signo-Magnitud**
Tamaño: **8 bits** (→ 1 + 7)
- Exponente → **Formato: Exceso a 8**
Tamaño: **4 bits** (→ [-8,7]).
- El 0 se representa con la secuencia todo 0s.
- Error cometido: **|Nº a representar – Nº representado|**



Ejemplo: Representar $-13'625_{(10)}$ en formato simplificado.

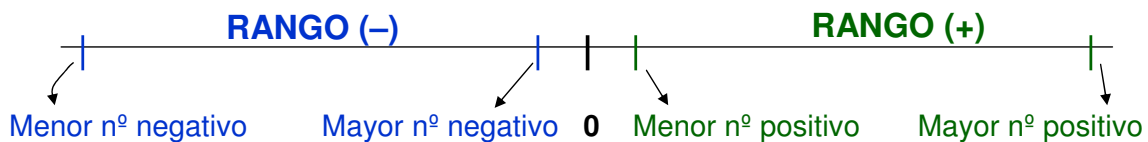
$$13'625 \xrightarrow{\text{Convertir a binario}} 1101'101 \xrightarrow{\text{Normalizar TF}} 0'1101101 \times 2^4 \quad 4+8=12$$



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato simplificado

ii) **RANGO:**

La representación de la mantisa en SIG-MAG hace que el conjunto de números representables positivos y negativos sea idéntico.



- Análisis del Rango Positivo (+):

$$\begin{aligned}
 & \text{* Máximo nº} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Máx. mantisa: } 0'1111111 \\ \text{Máx. exponente: } 7 \end{array} \right\} \rightarrow 0'1111111 \times 2^7 = (1 - 2^{-7}) \times 2^7 = 2^7 - 1 = 127 \\
 & \text{* Mínimo nº} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Mín. mantisa: } 0'1000000^{(*)} \\ \text{Mín. exponente: } -8 \end{array} \right\} \rightarrow 0'1 \times 2^{-8} = 2^{-9}
 \end{aligned}$$

(*) 0'1000000 (vs. 0'0000001).

Sería el mismo valor aunque ↑ nº de bits de la Mantisa.

RANGO (+): $[2^{-9}, 2^7 - 1]$



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato simplificado

iii) **PRECISIÓN:**

- Análisis de n^{os} grandes:

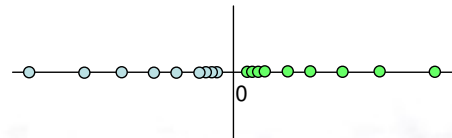
$$\left. \begin{array}{l} * \text{ Máximo } n^o (+) \rightarrow 0'1111111 \times 2^7 = 127_{(10)} \\ * \text{ Inmediato inferior } (+) \rightarrow 0'1111110 \times 2^7 = 126_{(10)} \end{array} \right\} \text{Dist} = 1$$

- Análisis de n^{os} pequeños:

$$\left. \begin{array}{l} * \text{ Mínimo } n^o (+) \rightarrow 0'1000000 \times 2^{-8} = 2^{-9}_{(10)} \\ \quad \text{(excluyendo el 0)} \\ * \text{ Inmediato superior } (+) \rightarrow 0'1000001 \times 2^{-8} = (2^{-1} + 2^{-7}) \times 2^{-8} \\ \quad \quad \quad = 2^{-9} + 2^{-15} \end{array} \right\} \text{Dist} = 2^{-15}$$

CONCLUSIÓN: la precisión varía en función del valor del exponente.

Exponente \uparrow \rightarrow Precisión \downarrow
 Exponente \downarrow \rightarrow Precisión \uparrow



Dist: distancia entre dos n^{os} consecutivos.



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
 Departamento de Informática de la Universidad de Oviedo

Fundamentos de Computadores
 Tema 1: Información digital

55

1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato simplificado

iv) **ARITMÉTICA:** (mecanismo de suma en coma flotante simplificado)

- Paso 1: representación normalizada de los operandos (TF).
- Paso 2 : igualación de exponentes
 (igualar el menor exponente con el mayor, ajustando mantisas).
- Paso 3: sumar los dos operandos (ya con el mismo exponente).
- Paso 4: normalizar el resultado (TF).

Ejemplo: Sumar $12'75_{(10)}$ y $0'25_{(10)}$ en formato simplificado

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad \begin{array}{l} 12'75 \xrightarrow{\text{Convertir a binario}} 1100'11 \xrightarrow{\text{Normalizar TF}} 0'110011 \times 2^4 \\ 0'25 \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} 0'01 \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} 0'1 \times 2^{-1} \end{array} \\ \\ \textcircled{2} \quad \begin{array}{l} 0'110011 \times 2^4 \\ 0'1 \times 2^{-1} \xrightarrow{\text{Igualar } -1 \text{ a } 4} 0'000001 \times 2^4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 0'110011 \times 2^4 \\ 0'1 \times 2^{-1} \end{array}} \right\} \textcircled{3} \quad \begin{array}{l} 0'110011 \times 2^4 \\ 0'000001 \times 2^4 \\ \hline 0'110100 \times 2^4 \end{array} \\ \\ \textcircled{4} \quad \text{El resultado ya está normalizado: } 0'110100 \times 2^4 \end{array}$$



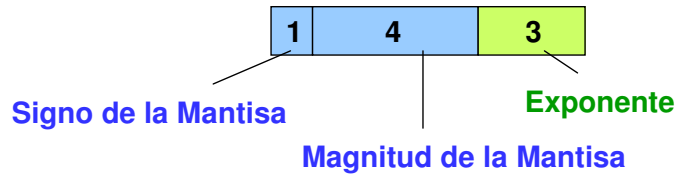
Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
 Departamento de Informática de la Universidad de Oviedo

Fundamentos de Computadores
 Tema 1: Información digital

56

1.5- Rep. numéricas: Coma Flotante – Ejercicios

- ❶ Supóngase un formato de **coma flotante** en el que la mantisa se representa en formato normalizado todo fracción y el exponente se representa en exceso a 4.



Se pide:

- Representar el $n^{\circ} 0'4_{(10)}$ (Soluc: 0 1 1 0 0 0 1 1)
- ¿Cuántos n° s se pueden representar con este formato? (Soluc: $2^7+1=128+1$)
- ¿Cuál es el error cometido al representar el $n^{\circ} 0'4$? (Soluc: 0'025)
- ¿Cuál es el mayor n° representable en este formato? (Soluc: $0'1111 \times 2^3 = 7'5$)
- ¿Cuál será el salto mínimo entre dos n° s positivos sucesivos en esta representación? (contestar el forma de potencias de 2). (Soluc: 2^{-8})



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Ejercicios

- ❷ Representar en formato de coma flotante simplificado los siguientes números:

- $0'023_{(10)}$ (Soluc: 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1)
- $130'21_{(10)}$ (Soluc: Overflow)
- $0'0015_{(10)}$ (Soluc: Underflow)

- ❸ Representar en formato simplificado el número $25'625_{(10)}$ y, si procede, calcular el error cometido en la representación, expresándolo tanto como valor decimal como en potencias de 2.

Soluc: 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1

Error cometido: 0'125 (expresado como valor decimal).

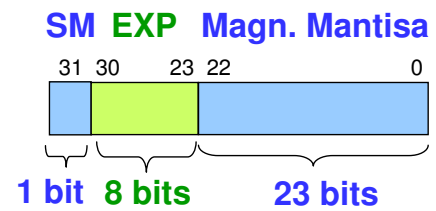
$2^{-8} \times 2^{-5} = 2^{-3}$ (expresado en potencias de 2).



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato IEEE-754 Simple

i) **FORMATO DEL ESTÁNDAR SIMPLE:**

- Base de representación → **BINARIA**
- Mantisa → *Formato: Signo-Magnitud*
Tamaño: 24 bits (→ 1 + 23)
- Exponente → *Formato: Exceso a 127*
Tamaño: 8 bits (→ [-127,128]).
- Dos subformatos → **Normalizado**
Desnormalizado (corresponde a los exponentes 00000000 y 11111111)



Exponentes:

- * El -127 en EXC a 127 sería: $-127 + 127 = 0 \rightarrow 00000000$
 - * El 128 en EXC a 127 sería: $128 + 127 = 255 \rightarrow 11111111$
- Se reservan para representaciones desnormalizadas**

Por tanto, los exponentes disponibles para el formato normalizado son: [-126, 127]

- * El -126 en EXC a 127 sería: $-126 + 127 = 1 \rightarrow 00000001$
 - ...
 - * El 127 en EXC a 127 sería: $127 + 127 = 254 \rightarrow 11111110$
- Rango de exponentes para representaciones normalizadas**

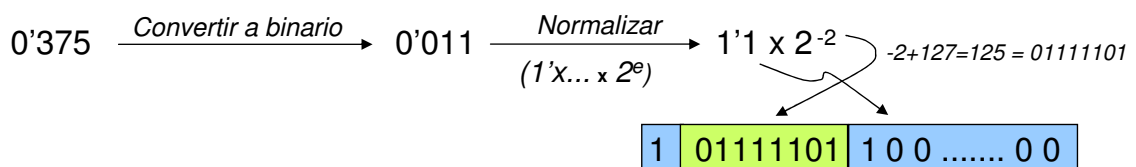


1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato IEEE-754 Simple

* **Subformato Normalizado:** $R = \pm 1'xxx \dots x 2^e$

Bit implícito u oculto
(no se representa)

Ejemplo: Representar $-0'375_{(10)}$ en formato IEEE-754 Simple.



Ejercicio Propuesto: Representar $13'625_{(10)}$ en formato IEEE-754 Simple.
(SOLUCIÓN: 0 10000010 1011010...0)



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato IEEE-754 Simple

* **Subformato Desnormalizado:** (exponentes 00000000 y 11111111)

Exponente 00000000

- Mantisa todo 0s $\rightarrow 0$
- Mantisa distinta de 0 $\rightarrow R = 0 \cdot M \times 2^{-126}$
(M no tiene ninguna restricción de normalización)

Exponente 11111111

- Mantisa todo 0s $\rightarrow \begin{cases} \text{Si signo (+)} \rightarrow +\infty \\ \text{Si signo (-)} \rightarrow -\infty \end{cases}$
- Mantisa distinta de 0 \rightarrow Representación de errores (NaN).

Ejemplo: ¿Qué nº representa la secuencia 0 00000000 10...0 si está en formato IEEE-754 simple?

$$0 \text{ (00000000) } 10 \dots 0$$

Indica formato desnormalizado → Comprobar Mantisa: todo 0s? NO →

$$R = 0'M \times 2^{-126} = 0'10...0 \times 2^{-126} = 2^{-127}$$

1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato IEEE-754 Simple

ii) **RANGO (simétrico):**

- Subformato Normalizado (+):

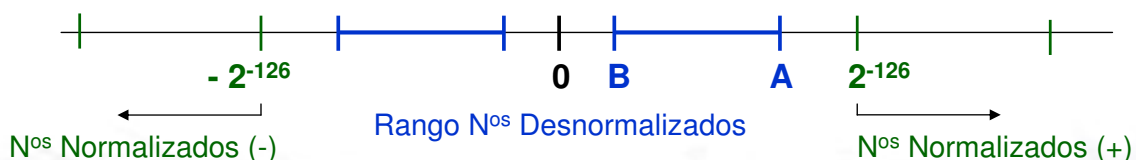
$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} * \text{ M\u00e1ximo } n^{\circ} \rightarrow \text{M\u00e1x. mantisa: } 1'1 \dots 1 \\ \text{M\u00e1x. exponente: } 127 \end{array} \right\} \rightarrow 1'1 \dots 1 \times 2^{127} = (2 - 2^{-23}) \times 2^{127} \\ & \hspace{15em} (\equiv 0'1 \dots 1 \times 2^{128} = (1 - 2^{-24}) \times 2^{128}) \\ & \left. \begin{array}{l} * \text{ M\u00ednimo } n^{\circ} \rightarrow \text{M\u00edn. mantisa: } 1'0 \dots 0 \\ \text{M\u00edn. exponente: } -126 \end{array} \right\} \rightarrow 1'0 \dots 0 \times 2^{-126} = 2^{-126} \end{aligned}$$

RANGO (+): $[2^{-126}, (2 - 2^{-23}) \times 2^{127}]$

- Subformato Desnormalizado:

* Máximo nº (+) $\rightarrow 0'1 \dots 1 \times 2^{-126} = (1 - 2^{-23}) \times 2^{-126} = 2^{-126} - 2^{-149}$ (A)

* Mínimo n^o (+) $\rightarrow 0'0 \dots 01 \times 2^{-126} = 2^{-23} \times 2^{-126} = 2^{-149}$ (B)



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Formato IEEE-754 Simple

- iii) **PRECISIÓN:** Consideraciones análogas a las vistas en el formato de coma flotante simplificado.
- iv) **Consideración sobre la ARITMÉTICA:** Los computadores actuales ya incluyen HW especializado para operar en coma flotante.

Cuadro Resumen
IEEE-754 simple

		Mantisa		
		- 0	+ 0	≠ 0
Exponente	00000000	0	0	$\pm 0'M \times 2^{-126}$
	00000001	$- 1'0 \times 2^{\text{exp}-127}$	$+ 1'0 \times 2^{\text{exp}-127}$	$\pm 1'M \times 2^{\text{exp}-127}$
	...			
	11111110			
	11111111	- ∞	+ ∞	NaN

Bit oculto
 $\pm 1'M \times 2^e$,
 con $e = \text{exp}-127$



1.5- Rep. numéricas: Coma flotante – Ejercicios propuestos

1) ¿Qué número representa cada una de las siguientes secuencias binarias sabiendo que están expresadas en formato IEEE-754 simple?:

- a) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (Soluc: 0)
- b) 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 (Soluc: $1'0 \times 2^0 = 1$)
- c) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 (Soluc: 2^{-127})
- d) 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 (Soluc: $-1'1 \times 2^{-126}$)
- e) 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 (Soluc: $-1'0 \times 2^2 = -4$)

2) La cantidad C 1 C 0 0 0 0 0 representa un nº real expresado en formato IEEE-754. ¿Con que nº decimal se corresponde? (Soluc: -24)



- Problema: intercambio de información entre distintos dispositivos (computadores, periféricos, ...)
- Solución: Utilización de un estándar para la representación de la información.
- Estándares para codificación de caracteres: ASCII, ASCII extendido, ISO 8859, UNICODE y muchos otros menos difundidos que no se estudian.

1.6- Rep. de caracteres: El estándar ASCII (I)

- Acrónimo de **A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange (publicado en 1963).
- Utiliza 7 bits $\rightarrow 2^7 = 128$ caracteres.
- Los caracteres se dividen en dos grupos:
 - (0-31) Caracteres de control no imprimibles.
 - (32-127) Caracteres imprimibles (símbolos, dígitos, letras mayúsculas y minúsculas)

Caracteres imprimibles en orden:

! " # \$ % & ' () * + , - . / 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 : ; < = > ? @ A B C D E F G H I J K
L M N O P Q R S T U V W X Y Z [\] ^ _ ` a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u
v w x y z { | } ~

- Problema: Sólo se ajusta al alfabeto anglosajón.

1.6- Rep. de caracteres: El estándar ASCII (II)

TABLA DE CÓDIGOS ASCII

BITS b6 b5 b4 b3 b2 b1 b0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
	0	0	1	1	0	0	1	1	1
	CONTROL		SÍMBOLOS NÚMEROS		MAYÚSCULAS		MINÚSCULAS		
0 0 0 0	NUL	DLE	SP	0	@	P	'	p	
0 0 0 1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q	
0 0 1 0	STX	DC2	"	2	B	R	b	r	
0 0 1 1	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s	
0 1 0 0	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t	
0 1 0 1	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u	
0 1 1 0	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v	
0 1 1 1	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w	



1.6- Rep. de caracteres: El estándar ASCII (III)

1 0 0 0	8 BS	24 CAN	40 (56 8	72 H	88 X	104 h	120 x
1 0 0 1	9 HT	25 EM	41)	57 9	73 I	89 Y	105 i	121 y
1 0 1 0	10 LF	26 SUB	42 *	58 :	74 J	90 Z	106 j	122 z
1 0 1 1	11 VT	27 ESC	43 +	59 ;	75 K	91 [107 k	123 {
1 1 0 0	12 FF	28 FS	44 ,	60 <	76 L	92 \	108 l	124
1 1 0 1	13 CR	29 GS	45 -	61 =	77 M	93]	109 m	125 }
1 1 1 0	14 SO	30 RS	46 .	62 >	78 N	94 ^	110 n	126 ~
1 1 1 1	15 SI	31 US	47 /	63 ?	79 O	95 _	111 o	127 DEL

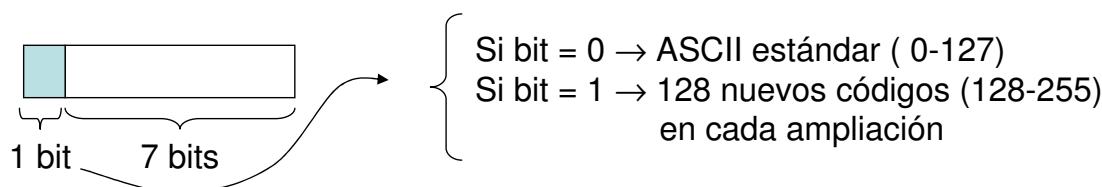
LEYENDA:

dec	CHAR
hex	oct



1.6- Rep. de caracteres: El ASCII extendido (I)

- Se circunscribe al ámbito del computador PC y del sistema operativo MS-DOS para dar cabida a otros alfabetos.
- Se definen varias ampliaciones (códigos de página) para los distintos alfabetos (latino, griego, etc.)
- Se forma con 8 bits, añadiendo 1 bit al código ASCII estándar.



- Aportaciones del juego ampliado de caracteres:
 - Caracteres extranjeros (ñ, Ñ, á, é, ¿, ¸, ...)
 - Caracteres de dibujo (␣, ⊥, ⊤, ...)
 - Caracteres científicos ($\frac{3}{4}$, ±, ², ³, ¹, ...)
- Problema: mal organizado e insuficiente.



1.6- Rep. de caracteres: El ASCII extendido (II)

Código ASCII extendido (IBM-PC)

DEC	HX	C	DEC	HX	C	DEC	HX	C	DEC	HX	C	DEC	HX	C	DEC	HX	C	DEC	HX	C	DEC	HX	C
128	80	Ç	144	90	É	160	A0	á	176	B0	␣	192	C0	␣	208	D0	␣	224	E0	α	240	F0	≡
129	81	Û	145	91	æ	161	A1	î	177	B1	␣	193	C1	␣	209	D1	␣	225	E1	β	241	F1	±
130	82	ë	146	92	£	162	A2	ó	178	B2	␣	194	C2	␣	210	D2	␣	226	E2	Γ	242	F2	≥
131	83	â	147	93	ø	163	A3	û	179	B3	␣	195	C3	␣	211	D3	␣	227	E3	Π	243	F3	≤
132	84	ä	148	94	ö	164	A4	ñ	180	B4	␣	196	C4	␣	212	D4	␣	228	E4	Σ	244	F4	∫
133	85	à	149	95	ò	165	A5	Ñ	181	B5	␣	197	C5	␣	213	D5	␣	229	E5	σ	245	F5	∫
134	86	â	150	96	û	166	A6	æ	182	B6	␣	198	C6	␣	214	D6	␣	230	E6	μ	246	F6	÷
135	87	ç	151	97	ù	167	A7	ø	183	B7	␣	199	C7	␣	215	D7	␣	231	E7	τ	247	F7	≈
136	88	ê	152	98	ÿ	168	A8	¿	184	B8	␣	200	C8	␣	216	D8	␣	232	E8	ϕ	248	F8	°
137	89	ë	153	99	ö	169	A9	¸	185	B9	␣	201	C9	␣	217	D9	␣	233	E9	θ	249	F9	•
138	8A	è	154	9A	ü	170	AA	¸	186	BA	␣	202	CA	␣	218	DA	␣	234	EA	q	250	FA	·
139	8B	ï	155	9B	¢	171	AB	¼	187	BB	␣	203	CB	␣	219	DB	␣	235	EB	s	251	FB	√
140	8C	î	156	9C	£	172	AC	½	188	BC	␣	204	CC	␣	220	DC	␣	236	EC	ω	252	FC	²
141	8D	ï	157	9D	¥	173	AD	¾	189	BD	␣	205	CD	␣	221	DD	␣	237	ED	φ	253	FD	³
142	8E	ä	158	9E	¸	174	AE	«	190	BE	␣	206	CE	␣	222	DE	␣	238	EE	€	254	FE	¸
143	8F	ä	159	9F	f	175	AF	»	191	BF	␣	207	CF	␣	223	DF	␣	239	EF	ñ	255	FF	



- Creado por ISO (*International Standardization Organization*).
- Son códigos de 8 bits (formato similar al ASCII extendido).
- Se trata de una serie de ampliaciones del ASCII estándar mejor organizadas que el ASCII extendido. Ejemplos:
 - ISO 8859-1 (ISO Latin 1): ampliación para Europa occidental (incluido el castellano).
 - ISO 8859-2 (ISO Latin 2): ampliación para Europa del este.
 - ISO 8859-8 (ISO Latin/Hebreo): ampliación para el hebreo hablado en Israel.
- Windows adaptó las versiones del formato ISO 8859 anteriores. Por ejemplo la versión modificada del ISO Latin 1 es Windows-1252.
- Problemas:
 - Juegos diferentes para distintos alfabetos.
 - Un mismo carácter puede tener distinto código en cada alfabeto.
 - No tiene lenguas orientales (chino, japonés, etc.).



1.6- Rep. de caracteres: El ISO 8859 – Latin 1

Código ISO-Latin-1

A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	AA	AB	AC	AD	AE	AF
	í	φ	£	¤	¥	¦	§		©	ª	«	¬	–	®	–
B0	°	±	²	³	µ	¶	·	¸	¹	º	»	¼	½	¾	¿
C0	À	Á	Â	Ã	Ä	Å	Æ	Ç	È	É	Ê	Ë	Ì	Í	Î
D0	Ð	Ñ	Ò	Ó	Ô	Õ	×	Ø	Ù	Ú	Û	Ü	Ý	Þ	ß
E0	à	á	â	ã	ä	å	æ	ç	è	é	ê	ë	ì	í	î
F0	ö	ñ	õ	ö	ø	÷	ø	ù	ú	û	ü	ý	þ	ÿ	

LEYENDA:

HEX
CAR

HEX: código hexadecimal

CAR: carácter



Código ISO-Latin-2

A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	AA	AB	AC	AD	AE	AF
	À		Á	Â	Ã	Ä	Å	Æ	Ç	È	É	Ê	Ë	Ì	Í
B0	à		á	â	ã	ä	å	æ	ç	è	é	ê	ë	ì	í
C0	Ê	Ë	Ì	Í	Î	Ï	Ñ	Ò	Ó	Ô	Õ	Ö	×	Ø	Ù
D0	ê	ë	ì	í	î	ï	ñ	ò	ó	ô	õ	ö	×	ø	ù
E0	Ë	Ì	Í	Î	Ï	Ñ	Ò	Ó	Ô	Õ	Ö	×	Ø	Ù	Ú
F0	ë	ì	í	î	ï	ñ	ò	ó	ô	õ	ö	×	ø	ù	ú

LEYENDA:

HEX
CAR

HEX: código hexadecimal

CAR: carácter



1.6- Propiedades deseables de los códigos alfanuméricos

- Los códigos correspondientes a las letras del alfabeto deben ser consecutivos y organizados según la ordenación del alfabeto.
- Las letras mayúsculas y las minúsculas deben diferenciarse en un solo bit.

ASCII estándar	ASCII extendido	ISO Latin 1
e → 65 ₍₁₆₎ → 1100101	é → 82 ₍₁₆₎ → 10000010	é → E9 ₍₁₆₎ → 11101001
E → 45 ₍₁₆₎ → 1000101	É → 90 ₍₁₆₎ → 10010000	É → C9 ₍₁₆₎ → 11001001
Bit 5	NO CUMPLE	Bit 5

- Los códigos que representan a los dígitos deben estar juntos y ordenados en forma consecutiva; además deben ser fácilmente transformables en la cantidad que representan.

0 → 0110000

9 → 0111001

- Los códigos de control deben estar unificados en una zona determinada de la tabla.



1.6- Representación de caracteres: Unicode I

- Es un estándar universal para la representación de texto.
- Objetivo: proporcionar un sistema consistente para la representación de texto de múltiples lenguas.
- Características:
 - Asigna números a caracteres de escritura.
 - 90.000 asignados aproximadamente, ejemplo 'e': U+0065 (número asignado en hexadecimal).
 - Códigos que utilizan hasta 31 bits.
 - Los códigos se organizan en bloques correspondientes a un determinado alfabeto: latino, griego, hebreo, etc.
 - Los 256 primeros se corresponden con el ISO Latin 1.
- Algunos sistemas de escritura cubiertos:
 - Latino, arábico, griego, ..., egipcio, maya, cuneiforme.



1.6- Representación de caracteres: Unicode II

- Unicode asigna números a caracteres pero no indica la forma de realizar la codificación.
 - Problema: codificación del carácter 'e' ($U+0065 = 65_{(16)}$):
 - (a) (8 bits) 0110 0101
 - (b) (16 bits) 0000 0000 0110 0101
 - (c) (32 bits) 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0110 0101
- ¿Ventajas e inconvenientes de (a), (b) y (c)?
- Solución adoptada: creación de diversos métodos de codificación con distinto número de bits e incluso con número variable de bits.
 - Métodos de codificación: UCS (longitud fija, 2 y 4 bytes) y UTF (longitud variable, de 1 a 6 bytes).
 - Solución adoptada por MS Windows, Java y MacOSX: UTF-16.
 - Solución adoptada mayoritariamente en el desarrollo web y en las implementaciones del Sistema operativo UNIX: UTF-8.



1.6- Representación de caracteres: Unicode III – UTF 8

- Desarrollado en 1992.
- Codificación de longitud variable (de 1 a 6 bytes).
- La codificación se realiza en función del número asignado a cada carácter según la siguiente tabla:

Rango de números asignados	Codificación en UTF-8	Nº de bits
U+00000000 – U+0000007F	0xxxxxxx	7
U+00000080 – U+000007FF	110xxxxx 10xxxxxx	11
U+00000800 – U+0000FFFF	1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	16
U+00010000 – U+0010FFFF	11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	21
U+00200000 – U+03FFFFFF	111110xx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	26
U+04000000 – U+7FFFFFFF	1111110x 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	31



1.6- Representación de caracteres: Unicode IV – UTF 8

- Características de UTF-8:
 - Los primeros 128 caracteres se codifican con 1 byte, los siguientes 1920 con 2 bytes.
 - El bit más significativo de un carácter codificado con un solo byte es siempre 0.
 - Los bits más significativos de un carácter codificado con varios bytes determinan el tamaño. Si empieza por n bits ($n > 1$) con valor igual a 1 quiere decir que el tamaño de la codificación del carácter en bytes es n (por ejemplo: 110 indica 2 y 1110 indica 3).
 - El resto de bytes en una secuencia de múltiples bytes codificando un carácter comienzan por 10, lo cual permite la sincronización de una secuencia de bytes.

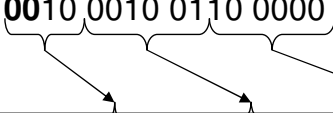

Ejercicio: determinar cuántos caracteres hay codificados en la siguiente secuencia de bytes: 01010101 11010110 10100010 00000101

(Solución: 3)



1.6- Representación de caracteres: Unicode V – UTF 8

- Pasos para codificar en UTF-8

Paso	Descripción	Ejemplo
1	Determinar el código Unicode	"no igual" (≠) (U+2260)
2	Pasar a binario	10 0010 0110 0000
3	Determinar el número mínimo de bits necesarios	14 bits
4	Determinar el número mínimo de bytes UTF-8 necesarios	3 bytes
5	Plantear el esquema de codificación y ver cuántos bits utiliza para el número	1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx (16 bits)
6	Rellenar el número binario del paso 2 con ceros por la izquierda hasta tener el número de bits necesario	0010 0010 0110 0000 
7	Introducir los bits en el esquema	11100010 10001001 10100000 



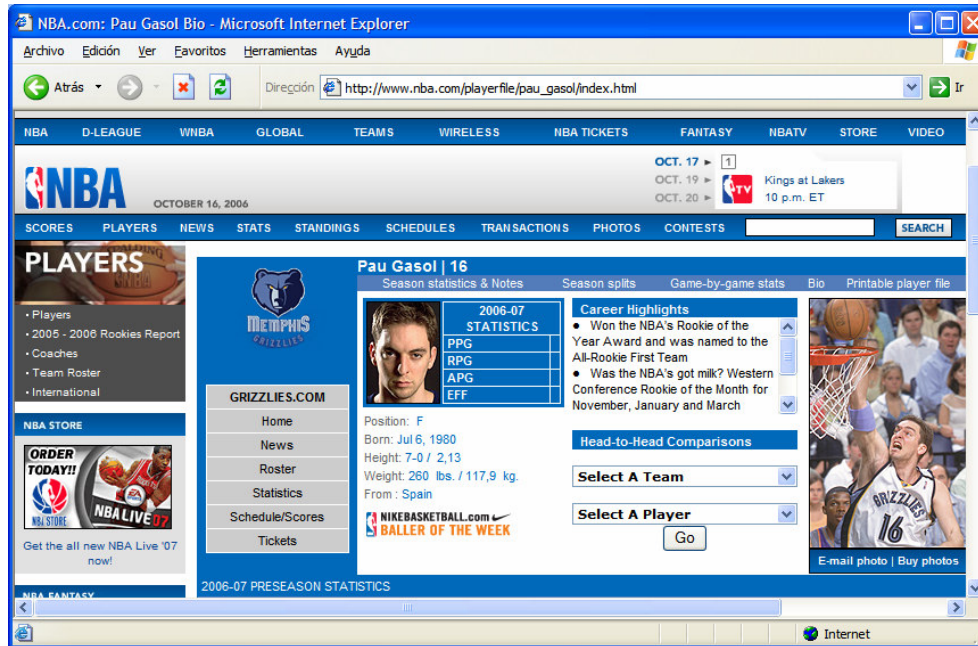
1.6- Representación de caracteres: Unicode VI – UTF 8

- Ejemplo 1: **codificación del carácter alef (א) (U+05D0):**
 - Solución: 11010111 10010000 (D7 90₍₁₆₎)
- Ejemplo 2: **codificación del copyright (©) (U+00A9):**
 - Solución: 11000010 10101001 (C2 A9₍₁₆₎)
- Ejemplo 3: **codificación de la cadena de caracteres "ña" sabiendo que el código unicode de la "ñ" es U+00F1 y el de la "a" es U+0061**
 - Solución: 11000011 10110001 01100001 (C3 B1 61₍₁₆₎)



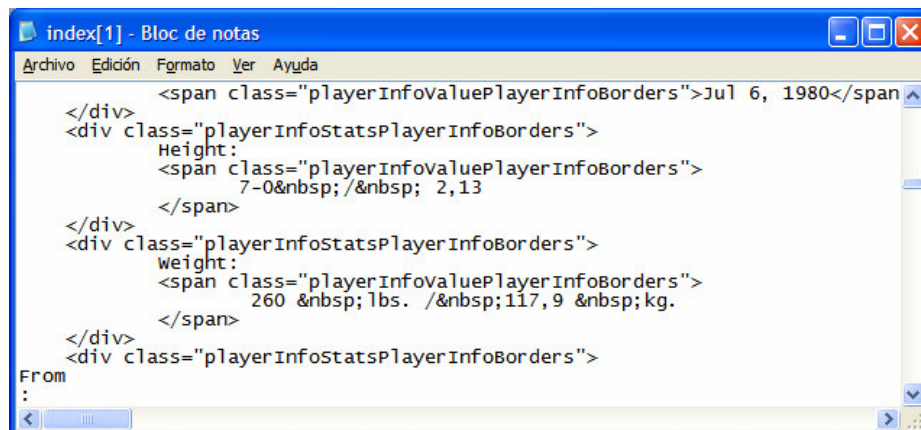
1.6- Ejemplos de codificación de caracteres I

- ¿Qué es una página web?



1.6- Ejemplos de codificación de caracteres II

- ¿Qué es una página web?
 - Es un documento de texto con información.
 - Está escrito en lenguaje HTML.
 - Un programa lo transfiere desde un servidor en Internet y lo visualiza de forma gráfica (p.e. Internet Explorer).



1.6- Ejemplos de codificación de caracteres III

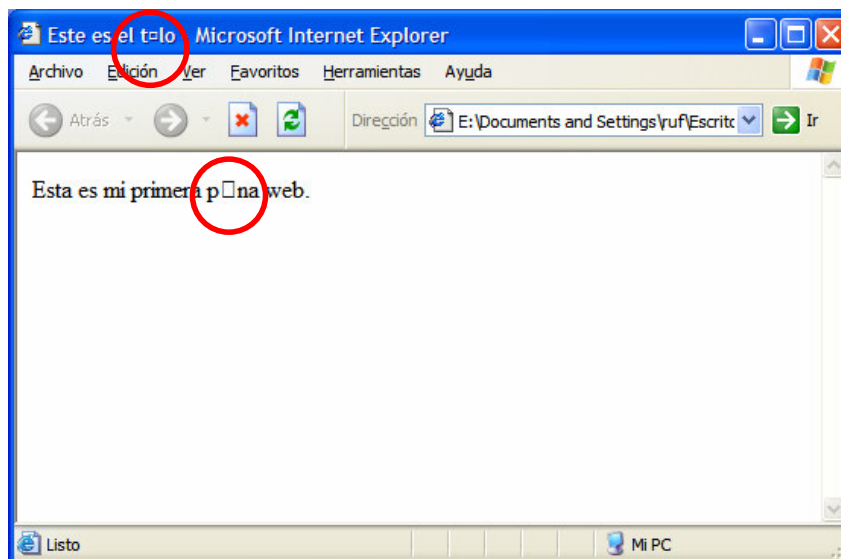
- Un ejemplo sencillo de página web

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.0 Transitional//EN">
<html>
  <head>
    <title>
      Este es el título
    </title>
  </head>
  <body>
    Esta es mi primera página web.
  </body>
</html>
```



1.6- Ejemplos de codificación de caracteres IV

- Su visualización (Internet Explorer) produce el siguiente resultado:



- ¿Qué ocurre?



1.6- Ejemplos de codificación de caracteres V

- Problema:
 - El programa que visualiza la página necesita saber cómo están codificados los caracteres. Si no lo sabe lo intenta adivinar y a veces falla.

Contenido del fichero de texto

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.0 Transitional//EN">
<html>
  <head>
    <title>
      Este es el título
    </title>
  </head>
  <body>
    Esta es mi primera página web.
  </body>
</html>
```



1.6- Ejemplos de codificación de caracteres VI

- Problema:
 - El programa que visualiza la página necesita saber como están codificados los caracteres. Si no lo sabe lo intenta adivinar y a veces falla.

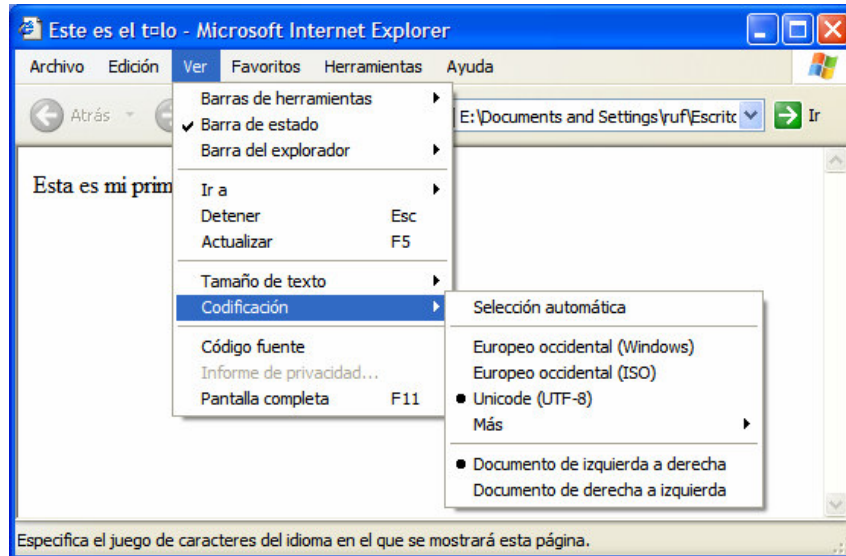
Codificación del fichero de texto

```
...
0011110001101000011101000110110101101100
0011111011011101101010101001100100111100
0110100001100101011000010110010000111110
1101110110101010100110011001100100111100
0111010001101001011101000110110001100101
0011111011011101101010101001100110011001
1001100101000101011100110111010001100101
...
```

- ¿Cómo se interpreta? ¿ISO-Latin1? ¿UTF-8? ¿Otros?



1.6- Ejemplos de codificación de caracteres VII



- Lo interpretó como si estuviera codificado en UTF-8.
- En realidad estaba codificado en ISO-Latin1.

1.6- Ejemplos de codificación de caracteres VIII

- Solución:
 - Indicar en la página web la codificación

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.0 Transitional//EN">
<html>
  <head>
    <meta http-equiv="Content-Type"
          content="text/html;
          charset=iso-8859-1"/>
    <title>
      Este es el título
    </title>
  </head>
  <body>
    Esta es mi primera página web.
  </body>
</html>
```

1.6- Ejemplos de codificación de caracteres IX

- Solución:
 - Indicar en la página web la codificación.

